Automatismes en calcul, semaine du 11 décembre

11 décembre 2023

- $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$

- $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

  $\det(A) = 41 \neq 0$ donc A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{41}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$

- $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

  $\det(A) = 41 \neq 0$ donc A est inversible et $A^{-1} = \frac{1}{41}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$

- $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$

  On a $L_3 = L_2 - 2L_1$ donc en faisant $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$ puis $L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1$ on a $B \underset{L}{\sim} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et donc B n'est pas inversible.

Inverser $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Inverser $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

On opère l'algorithme de Gauss sur $AX = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$.

Inverser $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

On opère l'algorithme de Gauss sur $AX = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$. Et on aboutit à :

$$X = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} -4b_1 - b_2 + 7b_3 \\ 8b_1 - b_2 - 5b_3 \\ -4b_1 + 5b_2 + b_3 \end{pmatrix}$$

On en déduit que A est inversible et que

$$A^{-1} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} -4 & -1 & 7 \\ 8 & -1 & -5 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$u_0 = 5 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sin(u_n).$$

1. Définition :

2. Variations :

3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sin(u_n)$.

1. Définition : sin est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe.
2. Variations :
3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sin(u_n)$.

1. Définition : sin est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe.
2. Variations : $[-1;1]$ est stable par sin qui est croissante sur ce segment. Comme $u_1 \in [-1;1]$, une récurrence immédiate nous donne que $\forall n \geq 1,\ u_n \in [-1;1]$ et que u_n est monotone à partir de u_1. Comme $u_1 < u_2$ la suite est croissante à partir de u_1.
3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sin(u_n)$.

1. Définition : sin est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe.
2. Variations : $[-1;1]$ est stable par sin qui est croissante sur ce segment. Comme $u_1 \in [-1;1]$, une récurrence immédiate nous donne que $\forall n \geq 1,\ u_n \in [-1;1]$ et que u_n est monotone à partir de u_1. Comme $u_1 < u_2$ la suite est croissante à partir de u_1.
3. Limite : u est croissante à partir de u_1 et majorée par 5 donc u converge. Comme sin est continue, la limite est un point fixe de sin, c'est donc 0.

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition :

2. Variations :

3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition : cos est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe. Plus précisément : $[0;1]$ est stable par cos, comme $u_1 \in [0;1]$, $\forall n \geq 1,\ u_n \in [0;1]$
2. Variations :
3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition : cos est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe. Plus précisément : $[0;1]$ est stable par cos, comme $u_1 \in [0;1]$, $\forall n \geq 1,\ u_n \in [0;1]$

2. Variations : cos est décroissante sur $[0;1]$ donc u n'est pas monotone.

3. Limite :

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition : cos est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe. Plus précisément : $[0;1]$ est stable par cos, comme $u_1 \in [0;1]$, $\forall n \geq 1,\ u_n \in [0;1]$
2. Variations : cos est décroissante sur $[0;1]$ donc u n'est pas monotone.
3. Limite : Comme $\cos \circ \cos$ est croissante (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont monotones et donc elles convergent car elles sont bornées. Leurs limites sont des points fixes de cos, or il n'y en n'a qu'un. Notons-le ℓ, c'est la donc la limite de u.

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition : cos est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe. Plus précisément : $[0;1]$ est stable par cos, comme $u_1 \in [0;1]$, $\forall n \geq 1,\ u_n \in [0;1]$
2. Variations : cos est décroissante sur $[0;1]$ donc u n'est pas monotone.
3. Limite : Comme $\cos \circ \cos$ est croissante (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont monotones et donc elles convergent car elles sont bornées. Leurs limites sont des points fixes de cos, or il n'y en n'a qu'un. Notons-le ℓ, c'est la donc la limite de u.
4. Valeur de ℓ ?

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

$u_0 = 5$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \cos(u_n)$.

1. Définition : cos est définie sur $\mathbb{R}$ donc, par une récurrence immédiate, la suite u existe. Plus précisément : $[0;1]$ est stable par cos, comme $u_1 \in [0;1]$, $\forall n \geq 1,\ u_n \in [0;1]$
2. Variations : cos est décroissante sur $[0;1]$ donc u n'est pas monotone.
3. Limite : Comme $\cos \circ \cos$ est croissante (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont monotones et donc elles convergent car elles sont bornées. Leurs limites sont des points fixes de cos, or il n'y en n'a qu'un. Notons-le ℓ, c'est la donc la limite de u.
4. Valeur de ℓ ? Méthode de la dichotomie pour avoir une valeur approchée.