

Automatismes en calcul, semaine du 11 septembre

10 septembre 2023

► Simplifier $\sqrt{126}$

► Soit $k \in \mathbb{Z}$. Simplifier $\frac{3^k \times 2^{2k+1}}{(-12)^k}$

- Simplifier $\sqrt{126}$

$$\sqrt{126} = \sqrt{2 \times 63} = \sqrt{2 \times 7 \times 3^2} = 3\sqrt{14}$$

- Soit $k \in \mathbb{Z}$. Simplifier $\frac{3^k \times 2^{2k+1}}{(-12)^k}$

$$\begin{aligned} \frac{3^k \times 2^{2k+1}}{(-12)^k} &= \frac{3^k \times 2^{2k} \times 2}{(-1)^k \times 4^k \times 3^k} = \frac{3^k \times 2^{2k} \times 2}{(-1)^k \times 2^{2k} \times 3^k} \\ &= (-1)^k 2 \quad (= \pm 2 \text{ selon la parité de } k) \end{aligned}$$

▶ Déterminer $\frac{d}{dx} (x^2 e^{3x+1})$

▶ Calculer une expression de \tan'

- Déterminer $\frac{d}{dx} (x^2 e^{3x+1})$

$$\frac{d}{dx} (x^2 e^{3x+1}) = 2xe^{3x+1} + x^2 3e^{3x+1} = (3x^2 + 2x)e^{3x+1}$$

- Calculer une expression de \tan'

$$\tan' = \left(\frac{\sin}{\cos} \right)' = \frac{\sin' \cos - \sin \cos'}{\cos^2} = \frac{\cos^2 + \sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2}$$

- Déterminer $\frac{d}{dx} (x^2 e^{3x+1})$

$$\frac{d}{dx} (x^2 e^{3x+1}) = 2xe^{3x+1} + x^2 3e^{3x+1} = (3x^2 + 2x)e^{3x+1}$$

- Calculer une expression de \tan'

$$\tan' = \left(\frac{\sin}{\cos} \right)' = \frac{\sin' \cos - \sin \cos'}{\cos^2} = \frac{\cos^2 + \sin^2}{\cos^2} = \frac{1}{\cos^2}$$

$$\text{Ou encore : } \tan' = \frac{\cos^2 + \sin^2}{\cos^2} = 1 + \frac{\sin^2}{\cos^2} = 1 + \tan^2$$

► Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{3 - 5x^2}$

► Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{2 - x}$

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{3 - 5x^2}$

$$\forall x > \sqrt{\frac{3}{5}}, \quad \frac{x^2 - 2x + 1}{3 - 5x^2} = \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{\frac{3}{x^2} - 5} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{5}$$

- Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{2 - x}$

$$x^2 \xrightarrow{x \rightarrow 2} 4 \text{ et } 2 - x \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} 0^+. \text{ Par opérations, } \frac{x^2}{2 - x} \xrightarrow{x \rightarrow 2^-} +\infty$$

Soit $(a, b) \in \mathbb{C}^2$

▶ Factoriser au maximum $a^2b - b^3$

▶ Factoriser au maximum $a^3 - b^3$

Soit $(a, b) \in \mathbb{C}^2$

- ▶ Factoriser au maximum $a^2b - b^3$

$$a^2b - b^3 = b(a^2 - b^2) = b(a + b)(a - b)$$

- ▶ Factoriser au maximum $a^3 - b^3$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$