Automatismes en calcul, semaine du 15 avril

20 avril 2024

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{cases}$$

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{array}\right. \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right. \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right.$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{cases} \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\iff} \begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases} \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\iff} \begin{cases} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases}$$

Dans B : $\vec{i} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{cases} \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\iff} \begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases} \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\iff} \begin{cases} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases}$$

Dans B : $\vec{i} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

$$(x;y) = x\vec{i} + y\vec{j} = x\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x + \frac{3}{2}y \\ x - \frac{1}{2}y \end{pmatrix}$$

Trouver deux nombres x et y tels que $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-5 \end{cases}$.

Trouver deux nombres x et y tels que $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-5 \end{cases}$.

Il faut introduire un polynôme. Lequel ?

Trouver deux nombres x et y tels que $\left\{\begin{array}{l} x+y=2 \\ xy=-5 \end{array}\right.$.

Soit $P=(Z-x)(Z-y)$.

Trouver deux nombres x et y tels que $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-5 \end{cases}$.

Soit $P=(Z-x)(Z-y)$.

D'une part, P a pour racines x et y.

D'autre part, $P=Z^2-(x+y)Z+xy=Z^2-2Z-5$ a pour discriminant $\Delta=24$ et donc pour racines $1\pm\sqrt{6}$, on en déduit $\{x;y\}=\left\{1\pm\sqrt{6}\right\}$.

Trouver deux nombres x et y tels que $\left\{\begin{array}{l} x+y=2 \\ xy=-5 \end{array}\right.$.

Soit $P=(Z-x)(Z-y)$.

D'une part, P a pour racines x et y.

D'autre part, $P=Z^2-(x+y)Z+xy=Z^2-2Z-5$ a pour discriminant $\Delta=24$ et donc pour racines $1\pm\sqrt{6}$, on en déduit $\{x;y\}=\left\{1\pm\sqrt{6}\right\}$.

La rédaction est-elle ok ?

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum (1 - \frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum(1 - \frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

$\mathrm{Arctan}(n) \to \frac{\pi}{2}$ donc $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ diverge grossièrement.

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum (1 - \frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

$\mathrm{Arctan}(n) \to \frac{\pi}{2}$ donc $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ diverge grossièrement.

$\sum (1 - \frac{1}{\sqrt{n}})^n$ est une SATP, on peut procéder par comparaison.

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

$\mathrm{Arctan}(n) \to \frac{\pi}{2}$ donc $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ diverge grossièrement.

$\sum (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ est une SATP, on peut procéder par comparaison.

$$\forall n > 0,\ (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n = \mathrm{e}^{n\ln(1-\frac{1}{\sqrt{n}})} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{n(-\frac{1}{\sqrt{n}}+o(\frac{1}{\sqrt{n}}))} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{-\sqrt{n}+o(\sqrt{n}))}$$

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

$\mathrm{Arctan}(n) \to \frac{\pi}{2}$ donc $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ diverge grossièrement.

$\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ est une SATP, on peut procéder par comparaison.

$$\forall n > 0,\ (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n = \mathrm{e}^{n\ln(1-\frac{1}{\sqrt{n}})} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{n(-\frac{1}{\sqrt{n}}+o(\frac{1}{\sqrt{n}}))} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{-\sqrt{n}+o(\sqrt{n}))}$$

On a donc $(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ qui est un $o(\frac{1}{n^2})$ donc, par comparaison à une série de Riemann, $\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ converge.

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Donner les natures de $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ et $\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$.

$\mathrm{Arctan}(n) \to \frac{\pi}{2}$ donc $\sum \mathrm{Arctan}(n)$ diverge grossièrement.

$\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ est une SATP, on peut procéder par comparaison.

$$\forall n > 0,\ (1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n = \mathrm{e}^{n\ln(1-\frac{1}{\sqrt{n}})} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{n(-\frac{1}{\sqrt{n}}+o(\frac{1}{\sqrt{n}}))} \underset{n\to\infty}{=} \mathrm{e}^{-\sqrt{n}+o(\sqrt{n}))}$$

On a donc $(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ qui est un $o(\frac{1}{n^2})$ donc, par comparaison à une série de Riemann, $\sum(1-\frac{1}{\sqrt{n}})^n$ converge.

Où est la (petite) arnaque ? Comment désarnaquer ?

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux