

Automatismes en calcul, semaine du 15 septembre

14 septembre 2025

Soit $(a, b) \in \mathbb{C}^2$

▶ Factoriser au maximum $a^2b - b^3$

▶ Factoriser au maximum $a^3 - b^3$

Soit $(a, b) \in \mathbb{C}^2$

- ▶ Factoriser au maximum $a^2b - b^3$

$$a^2b - b^3 = b(a^2 - b^2) = b(a + b)(a - b)$$

- ▶ Factoriser au maximum $a^3 - b^3$

Soit $(a, b) \in \mathbb{C}^2$

- ▶ Factoriser au maximum $a^2b - b^3$

$$a^2b - b^3 = b(a^2 - b^2) = b(a + b)(a - b)$$

- ▶ Factoriser au maximum $a^3 - b^3$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

► Déterminer $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \right)$

► Calculer une expression de $\left(\frac{1}{\tan} \right)'$

- Déterminer $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \right)$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \right) = \frac{\frac{1}{x}\sqrt{x} - \ln(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2 - \ln(x)}{2x\sqrt{x}}$$

- Calculer une expression de $\left(\frac{1}{\tan} \right)'$

- Déterminer $\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \right)$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \right) = \frac{\frac{1}{x}\sqrt{x} - \ln(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2 - \ln(x)}{2x\sqrt{x}}$$

- Calculer une expression de $\left(\frac{1}{\tan} \right)'$

$$\left(\frac{1}{\tan} \right)' = -\tan' \frac{1}{\tan^2} = -\frac{1 + \tan^2}{\tan^2} = -1 - \left(\frac{1}{\tan} \right)^2$$

► Soit $z = 3i - 3$. Donner \bar{z} , $|z|$ et, si possible, $\text{Arg}(z)$

► Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^{10}$

- ▶ Soit $z = 3i - 3$. Donner \bar{z} , $|z|$ et, si possible, $\text{Arg}(z)$

$$\bar{z} = -3i - 3, |z| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, \text{Arg}(z) = \frac{3\pi}{4}$$

- ▶ Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^{10}$

- Soit $z = 3i - 3$. Donner \bar{z} , $|z|$ et, si possible, $\text{Arg}(z)$

$$\bar{z} = -3i - 3, |z| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}, \text{Arg}(z) = \frac{3\pi}{4}$$

- Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^{10}$

$$(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^{10} = \left(2e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)^{10} = 2^{10}e^{-i\frac{10\pi}{4}} = 1024e^{-i\frac{\pi}{2}} = -1024i$$

On travaille sur \mathbb{R}^{+*} .

▶ Donner une primitive de $f(x) = \frac{2}{5x} + x^2$

▶ Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

On travaille sur $\mathbb{R}^{+\ast}$.

- ▶ Donner une primitive de $f(x) = \frac{2}{5x} + x^2$

$$F(x) = \frac{2}{5} \ln(x) + \frac{1}{3}x^3 \text{ convient.}$$

- ▶ Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

On travaille sur $\mathbb{R}^{+\ast}$.

- ▶ Donner une primitive de $f(x) = \frac{2}{5x} + x^2$

$$F(x) = \frac{2}{5} \ln(x) + \frac{1}{3}x^3 \text{ convient.}$$

- ▶ Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(2x) = 2 \cos^2(x) - 1 \iff g(x) = \frac{1}{2}(\cos(2x) + 1).$$

$$\text{On déduit que } G(x) = \frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{x}{2} \text{ convient.}$$

A l'écoute cette semaine : Bob Dylan.

- ▶ Mr Tambourine Man
- ▶ Blind Willie Mc Tell
- ▶ Hurricane
- ▶ 'Cross The Green Mountain