

Automatismes en calcul, semaine du 17 novembre

22 novembre 2025

- Trouver une racine carrée de $-3i + 7$.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3i + 7$.

$$|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58} \text{ donc } z = \sqrt{58} \left(\underbrace{\frac{7}{\sqrt{58}} + i \frac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}} \right)$$

Soit $z = \sqrt{58} e^{i \operatorname{Arcsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$

- Trouver une racine carrée de $-3i + 7$.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3i + 7$.

$$|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58} \text{ donc } z = \sqrt{58} \left(\underbrace{\frac{7}{\sqrt{58}} + i \frac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}} \right)$$

Soit $z = \sqrt{58} e^{i \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$

- Trouver une racine carrée de $-3i + 7$.

$-3i + 7 = \sqrt{58} e^{i \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$ donc $\delta = \sqrt[4]{58} e^{i \frac{1}{2} \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$ convient.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3i + 7$.

$$|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58} \text{ donc } z = \sqrt{58} \left(\underbrace{\frac{7}{\sqrt{58}} + i \frac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}} \right)$$

Soit $z = \sqrt{58} e^{i \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$

- Trouver une racine carrée de $-3i + 7$.

$-3i + 7 = \sqrt{58} e^{i \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$ donc $\delta = \sqrt[4]{58} e^{i \frac{1}{2} \operatorname{Arccsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$ convient.

► Calculer $\binom{12}{9}$.

► Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

► Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

- ▶ Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- ▶ Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

- ▶ Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

- Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

$$\binom{n}{n-3} = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}.$$

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

- Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

$$\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!} = \frac{n+1}{(n+1)!} - \frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{(n+1)!}.$$

- ▶ En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
- ▶ Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.
- ▶ Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

- ▶ En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

$$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \text{ donc } \cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

- ▶ Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

- ▶ Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

- ▶ En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

$$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \text{ donc } \cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

- ▶ Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(3x) = \operatorname{Re}((e^{ix})^3) = 4\cos(x)^3 - 3\cos(x)$ après avoir utilisé $\sin^2 = 1 - \cos^2$.

- ▶ Résoudre dans $\mathbb{R}, |\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

- ▶ En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

$$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \text{ donc } \cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

- ▶ Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(3x) = \operatorname{Re}((e^{ix})^3) = 4\cos(x)^3 - 3\cos(x)$ après avoir utilisé $\sin^2 = 1 - \cos^2$.

- ▶ Résoudre dans $\mathbb{R}, |\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| < \frac{1}{2} \iff -\frac{1}{2} < \sin(x) < \frac{1}{2} \text{ ssi}$$

$$x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(] -\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi[\cup] \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi[\right).$$

- ▶ Close to me
- ▶ Lullaby
- ▶ Boys don't cry
- ▶ A forest
- ▶ A night like this