Automatismes en calcul, semaine du 18 mars

17 mars 2024

classes préparatoires scientifiques
Lycée Brizeux

Lundi : second degré

Mercredi : back to trigo !

Jeudi : interro de cours

Vendredi : back to trigo, again !

a) Résoudre $(5+\mathrm{i})z^2+4z+1=0$

b) Trouver a et b tq $a+b=5$ et $ab=2$

---

a) Résoudre $(5+\mathrm{i})z^2+4z+1=0$
b) Trouver a et b tq $a+b=5$ et $ab=2$

---

a) $\Delta=-4(1+\mathrm{i})=-4\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ donc on prend $\delta=\mathrm{i}2\sqrt{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{8}}$ et les solutions de l'équation sont :

$$\frac{-4+\delta}{2(5+\mathrm{i})} \quad \text{et} \quad \frac{-4-\delta}{2(5+\mathrm{i})}$$

a) Résoudre $(5+\mathrm{i})z^2+4z+1=0$
b) Trouver a et b tq $a+b=5$ et $ab=2$

---

a) $\Delta=-4(1+\mathrm{i})=-4\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ donc on prend $\delta=\mathrm{i}2\sqrt{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{8}}$ et les solutions de l'équation sont :

$$\frac{-4+\delta}{2(5+\mathrm{i})} \quad \text{et} \quad \frac{-4-\delta}{2(5+\mathrm{i})}$$

b) a et b sont les racines de

$$P=(X-a)(X-b)=X^2-(a+b)X+ab=X^2=X^2-5X+2$$

On en déduit que $\{a;b\}=\left\{\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}\right\}$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

a) Factoriser $\sin(3x) - \sin(5x)$.
b) Linéariser $\cos^3(2x)\cos(3x)$.

---

a) Factoriser $\sin(3x) - \sin(5x)$.
b) Linéariser $\cos^3(2x)\cos(3x)$.

---

a) $$\sin(3x) - \sin(5x) = \mathrm{Im}(\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x - \mathrm{i}x} - \mathrm{e}^{4\mathrm{i}x + \mathrm{i}x}) = \mathrm{Im}(-2\mathrm{i}\sin(x)\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x})$$
$$= -2\sin(x)\cos(4x)$$

a) Factoriser $\sin(3x) - \sin(5x)$.
b) Linéariser $\cos^3(2x)\cos(3x)$.

---

a) $$\begin{aligned}\sin(3x) - \sin(5x) &= \mathrm{Im}(\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x - \mathrm{i}x} - \mathrm{e}^{4\mathrm{i}x + \mathrm{i}x}) = \mathrm{Im}(-2\mathrm{i}\sin(x)\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x})\\ &= -2\sin(x)\cos(4x)\end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned}\cos^3(2x)\cos(3x) &= \left(\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x}}{2}\right)^3 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x}}{2}\\ &= \tfrac{1}{16}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}6x} + 3\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}6x})(\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x})\\ &= \tfrac{1}{16}(2\cos(9x) + 2\cos(3x) + 6\cos(5x) + 6\cos(x))\\ &= \tfrac{1}{8}(\cos(9x) + \cos(3x) + 3\cos(5x) + 3\cos(x))\end{aligned}$$

a) Factoriser $\sin(3x) - \sin(5x)$.
b) Linéariser $\cos^3(2x)\cos(3x)$.

---

a) $$\sin(3x) - \sin(5x) = \mathrm{Im}(\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x - \mathrm{i}x} - \mathrm{e}^{4\mathrm{i}x + \mathrm{i}x}) = \mathrm{Im}(-2\mathrm{i}\sin(x)\mathrm{e}^{4\mathrm{i}x}) = -2\sin(x)\cos(4x)$$

b) $$\cos^3(2x)\cos(3x) = \left(\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x}}{2}\right)^3 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x}}{2}$$
$$= \tfrac{1}{16}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}6x} + 3\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}6x})(\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x})$$
$$= \tfrac{1}{16}(2\cos(9x) + 2\cos(3x) + 6\cos(5x) + 6\cos(x))$$
$$= \tfrac{1}{8}(\cos(9x) + \cos(3x) + 3\cos(5x) + 3\cos(x))$$

Qu'a-t-on oublié ?

Ecrire sous la forme d'une seule fonction trigo $3\cos(2x) - 5\sin(2x)$.

Ecrire sous la forme d'une seule fonction trigo $3\cos(2x) - 5\sin(2x)$.

Il faut faire apparaître une formule $\cos(a)\cos(b) \pm \sin(a)\sin(b)$.

Ecrire sous la forme d'une seule fonction trigo $3\cos(2x) - 5\sin(2x)$.

Il faut faire apparaître une formule $\cos(a)\cos(b) \pm \sin(a)\sin(b)$.

$3^2 + 5^2 = 34$ donc $\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)^2 = 1$
Il existe θ tel que $\cos(\theta) = \frac{3}{\sqrt{34}}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{\sqrt{34}}$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Ecrire sous la forme d'une seule fonction trigo $3\cos(2x) - 5\sin(2x)$.

Il faut faire apparaître une formule $\cos(a)\cos(b) \pm \sin(a)\sin(b)$.

$3^2 + 5^2 = 34$ donc $\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)^2 = 1$
Il existe θ tel que $\cos(\theta) = \frac{3}{\sqrt{34}}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$$\begin{aligned} 3\cos(2x) - 5\sin(2x) &= \sqrt{34}(\cos(\theta)\cos(2x) - \sin(\theta)\sin(2x)) \\ &= \sqrt{34}\cos(2x + \theta). \end{aligned}$$

Ecrire sous la forme d'une seule fonction trigo $3\cos(2x) - 5\sin(2x)$.

Il faut faire apparaître une formule $\cos(a)\cos(b) \pm \sin(a)\sin(b)$.

$3^2 + 5^2 = 34$ donc $\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)^2 + \left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)^2 = 1$
Il existe θ tel que $\cos(\theta) = \frac{3}{\sqrt{34}}$ et $\sin(\theta) = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$$\begin{aligned} 3\cos(2x) - 5\sin(2x) &= \sqrt{34}(\cos(\theta)\cos(2x) - \sin(\theta)\sin(2x)) \\ &= \sqrt{34}\cos(2x + \theta). \end{aligned}$$

Une valeur possible pour θ ?