Automatismes en calcul, semaine du 18 septembre

23 septembre 2023

- Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{3x+1}$

- Déterminer $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

- Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{3x+1}$

$$3x+1 \underset{x \to -\infty}{\longrightarrow} -\infty \text{ et } \mathrm{e}^{u} \underset{u \to -\infty}{\longrightarrow} 0 \text{ donc } \lim_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{3x+1} = 0$$

- Déterminer $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{3x+1}$

  $3x+1 \underset{x\to-\infty}{\longrightarrow} -\infty$ et $\mathrm{e}^u \underset{u\to-\infty}{\longrightarrow} 0$ donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{3x+1} = 0$

- Déterminer $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$

  Le dénominateur **et** le numérateur s'annulent en 2, c'est donc une racine commune. On a : $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ et :

  $$\forall x \notin \{2,3\},\ \frac{x^2-5x+6}{x-2} = \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = x-3 \underset{x\to2}{\longrightarrow} 1$$

- Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right)$

- Calculer une expression de $\left(\dfrac{1}{\tan}\right)'$

- Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right)$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right) = \frac{\frac{1}{x}\sqrt{x} - \ln(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2-\ln(x)}{2x\sqrt{x}}$$

- Calculer une expression de $\left(\dfrac{1}{\tan}\right)'$

- Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right)$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\right) = \frac{\frac{1}{x}\sqrt{x} - \ln(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = \frac{2-\ln(x)}{2x\sqrt{x}}$$

- Calculer une expression de $\left(\dfrac{1}{\tan}\right)'$

$$\left(\frac{1}{\tan}\right)' = -\tan'\frac{1}{\tan^2} = -\frac{1+\tan^2}{\tan^2} = -1-\left(\frac{1}{\tan}\right)^2$$

CPGE Brizeux Quimper

- Soit $z = 3\mathrm{i} - 3$. Donner $\overline{z}$, $|z|$ et, si possible, $\mathrm{Arg}(z)$

- Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}\mathrm{i})^{10}$

- Soit $z = 3\mathrm{i} - 3$. Donner $\overline{z}$, $|z|$ et, si possible, $\mathrm{Arg}(z)$

  $\overline{z} = -3\mathrm{i} - 3$, $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, $\mathrm{Arg}(z) = \dfrac{3\pi}{4}$

- Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}\mathrm{i})^{10}$

- Soit $z = 3\mathrm{i} - 3$. Donner $\overline{z}$, $|z|$ et, si possible, $\mathrm{Arg}(z)$

  $\overline{z} = -3\mathrm{i} - 3$, $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, $\mathrm{Arg}(z) = \dfrac{3\pi}{4}$

- Déterminer $(\sqrt{2} - \sqrt{2}\mathrm{i})^{10}$

  $(\sqrt{2}-\sqrt{2}\mathrm{i})^{10} = \left(2\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}\right)^{10} = 2^{10}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{10\pi}{4}} = 1024\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{2}} = -1024\mathrm{i}$

On travaille sur $\mathbb{R}^{+\star}$.

- Donner une primitive de $f(x) = \dfrac{2}{5x} + x^2$

- Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

On travaille sur $\mathbb{R}^{+\star}$.

- Donner une primitive de $f(x) = \dfrac{2}{5x} + x^2$

  $F(x) = \dfrac{2}{5}\ln(x) + \dfrac{1}{3}x^3$ convient.

- Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

On travaille sur $\mathbb{R}^{+\star}$.

- Donner une primitive de $f(x) = \dfrac{2}{5x} + x^2$

  $F(x) = \dfrac{2}{5}\ln(x) + \dfrac{1}{3}x^3$ convient.

- Donner une primitive de $g(x) = \cos^2(x)$

  $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1 \iff g(x) = \dfrac{1}{2}(\cos(2x) + 1)$.
  On déduit que $G(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) + \frac{x}{2}$ convient.

CPGE Brizeux Quimper