Automatismes en calcul, semaine du 1er juin

1er juin 2026

classes préparatoires scientifiques
Lycée Brizeux

Donner la nature de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \frac{n}{2^n}$.

Donner la nature de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \frac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).

Donner la nature de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \frac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Donner la nature de $\sum \dfrac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

Par croissance comparée, on a $\dfrac{n}{2^n} \to 0$ ça ne permet pas de conclure.

Donner la nature de $\sum \dfrac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

Par croissance comparée, on a $\dfrac{n}{2^n} \to 0$ ça ne permet pas de conclure.
Mq $\frac{n}{2^n} = o(\frac{1}{n^2})$: $\dfrac{\frac{n}{2^n}}{\frac{1}{n^2}} = \dfrac{n^3}{2^n} \to 0$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{n}{2^n}$ converge.
Une idée de comment calculer sa somme ?

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

Le dé est équilibré, il y a donc équiprobabilité sur les 6^4 issues.

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

Le dé est équilibré, il y a donc équiprobabilité sur les 6^4 issues.

Il y a autant d'issues favorables que de façons de placer les deux 3 parmi les 4 résultats, soit $\dbinom{4}{2}$.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{\binom{4}{2}}{6^4}$.

Les matrices suivantes sont-elles semblables ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Les matrices suivantes sont-elles semblables ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Non : I_2 n'est semblable qu'à elle-même. *Voyez-vous bien pourquoi ?*

Les matrices suivantes sont-elles semblables ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Non : I_2 n'est semblable qu'à elle-même. *Voyez-vous bien pourquoi ?*

Non : Ces deux matrices n'ont pas le même rang, elles ne peuvent pas représenter le même endomorphisme.

Soit $(X_1, \dots, X_n)$ une famille de variables aléatoires indépendantes, suivant une même loi de Bernoulli de paramètre $p \in]0;1[$.

On note $X = \mathrm{Card}\{i \leq n,\ X_i = 1\}$ et $Z = \mathrm{Card}\{i \leq n,\ X_i = X_1\}$.

1. Donner la loi de X, son espérance et sa variance.
2. X et Z sont-elles indépendantes ?

```python
from random import randint

def fonction(x):
    l=[]
    for i in range(1,x+1):
        k=1
        while randint(1,6)!=6:
            k+=1
        l.append(k)
    return(l,sum(l)/x)
```

Remodeler le code pour le rendre plus clair.

```python
from random import randint

def premierSix(n):
    # n est un entier non nul. On simule des lancés
    # de dé équilibré jusqu'à l'apparition d'un 6.
    # On fait n fois la simulation. La fonction renvoie
    # la liste des rangs d'apparition du premier 6 ainsi
    # que la moyenne de ces rangs d'apparition.

    liste_tirages=[]

    for i in range(1,n+1): # on fait n fois l'épreuve

        rang=1 # rang d'apparition du premier 6
        while randint(1,6)!=6: # on lance jusqu'à avoir 6
            rang+=1
        liste_tirages.append(rang)

    return(liste_tirages,sum(liste_tirages)/n)
```

A l'écoute cette semaine : Iggy Pop and the Stooges.

- I wanna be your dog
- TV Eye
- Search and destroy
- Gimme danger
- I'm seek of you