

Automatismes en calcul et en python, semaine du 22 septembre

20 septembre 2025

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1 + 2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C .

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1 + 2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C .

Une idée toujours bonne est de commencer par...

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1 + 2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C .

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2$: $(\star)$. On a :
 $AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$
 $BC^2 = x^2 + (y + 3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1 + 2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C .

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2$: $(\star)$. On a :
 $AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$
 $BC^2 = x^2 + (y + 3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Où est l'erreur ?

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1 + 2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C .

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2$: $(\star)$. On a :
 $AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$
 $BC^2 = x^2 + (y + 3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Il faut retirer les points A et B .

Ecrire une fonction python qui prend en entrée deux nombres et qui renvoie leur moyenne.

Ecrire une fonction python qui prend en entrée deux nombres et qui renvoie leur moyenne.

Un fonction convenable est :

```
1 def moyenne(a,b):  
2     ''' a et b sont des nombres  
3     la fonction renvoie leur moyenne.'''  
4     return((a+b)/2)
```

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel n
et qui renvoie la somme des entiers naturels inférieurs n

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel n et qui renvoie la somme des entiers naturels inférieurs n

Un fonction convenable est :

```
8 def somme_de_un_a_n(n):
9     ''' n est un entier naturel
10     la fonction renvoie la somme des
11     entiers de 1 à n. '''
12     somme=0
13     for k in range(n+1):
14         somme=somme+k
15     return(somme)
```

► Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$.

► Résoudre $\cos(x) > \sin(x)$

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}, \cos(2x + 1) = \frac{1}{2} &\iff 2x + 1 \equiv \pm \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi} \\ &\iff x \equiv -\frac{1}{2} \pm \frac{\pi}{6} \pmod{\pi}\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est

$$\left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Résoudre $\cos(x) > \sin(x)$

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}, \cos(2x + 1) = \frac{1}{2} &\iff 2x + 1 \equiv \pm \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi} \\ &\iff x \equiv -\frac{1}{2} \pm \frac{\pi}{6} \pmod{\pi}\end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est

$$\left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Résoudre $\cos(x) > \sin(x)$

L'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left] -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right[$

- Délinéariser $\cos(3x)$

- Factoriser $\cos(5x) - \cos(x)$.

Pour $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}\cos(5x) - \cos(x) &= \operatorname{Re}(e^{i5x} - e^{ix}) = \operatorname{Re}(e^{i3x}(e^{i2x} - e^{-i2x})) \\ &= \operatorname{Re}(e^{i3x} 2i \sin(2x)) = -2 \sin(2x) \sin(3x)\end{aligned}$$

- Délinéariser $\cos(3x)$

- Factoriser $\cos(5x) - \cos(x)$.

Pour $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}\cos(5x) - \cos(x) &= \operatorname{Re}(e^{i5x} - e^{ix}) = \operatorname{Re}(e^{i3x}(e^{i2x} - e^{-i2x})) \\ &= \operatorname{Re}(e^{i3x} 2i \sin(2x)) = -2 \sin(2x) \sin(3x)\end{aligned}$$

- Délinéariser $\cos(3x)$

Pour $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned}\cos(3x) &= \operatorname{Re}(e^{i3x}) = \operatorname{Re}((e^{ix})^3) = \operatorname{Re}((\cos(x) + i \sin(x))^3) \\ &= \operatorname{Re}(\cos(x)^3 + 3 \cos(x)^2 i \sin(x) - 3 \cos(x) \sin(x)^2 - i \sin(x)^3) \\ &= \cos(x)^3 - 3 \cos(x) \sin(x)^2\end{aligned}$$

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel n
et qui renvoie la factorielle de n

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel n et qui renvoie la factorielle de n

Un fonction convenable est :

```
19 def factorielle(n):
20     ''' n est un entier naturel
21     la fonction renvoie la
22     factorielle de n.'''
23     prod=1
24
25     # prod vaut n! si n=0 ou 1, sinon
26     if n>1:
27         for k in range(n):
28             prod=prod*(k+1)
29
30     return(prod)
```

A l'écoute cette semaine : The Beatles.

- ▶ Help !
- ▶ Eleanor Rigby
- ▶ While My Guitar Gently Weeps
- ▶ Revolution