# Automatismes en calcul, semaine du 29 septembre

28 septembre 2025

Résoudre le système $(S)$ : $\left\{\begin{array}{l} 3x - y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + z = 7 \\ 5x \qquad\quad + 7z = 3 \end{array}\right.$ .

Résoudre le système $(S)$ : $\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + z = 7 \\ 5x \qquad\; + 7z = 3 \end{cases}$ .

---

Lorsqu'on a compris la méthode de Gauss, on voit qu'on peut l'appliquer de plusieurs façons différentes. Le but est alors de limiter les calculs

$$(S) \underset{L_1 \leftarrow -L_1}{\iff} \begin{cases} y - 3x - 2z = -1 \\ 2y + 2x + z = 7 \\ 5x + 7z = 3 \end{cases} \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\iff} \begin{cases} y - 3x - 2z = -1 \\ 8x + 5z = 9 \\ 5x + 7z = 3 \end{cases}$$

$$\underset{L_2 \leftarrow \frac{1}{8} L_2}{\iff} \begin{cases} y - 3x - 2z = -1 \\ x + \frac{5}{8} z = \frac{9}{8} \\ 5x + 7z = 3 \end{cases} \underset{L_3 \leftarrow L_3 - 5L_2}{\iff} \begin{cases} y - 3x - 2z = -1 \\ x + \frac{5}{8} z = \frac{9}{8} \\ \frac{31}{8} z = \frac{-21}{8} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = -1 + 3x + 2z \\ x = \frac{9}{8} + \frac{5}{8} \times \frac{21}{31} \\ z = -\frac{21}{31} \end{cases} \iff \begin{cases} y = \frac{71}{31} \\ x = \frac{48}{31} \\ z = -\frac{21}{31} \end{cases}$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- Simplifier au maximum le nombre $\dfrac{6^3 \times 12^{-4}}{4^2 \times 2^{-5}}$.

- Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier au maximum

$$3^{n+2} - 3^{n+1} - 7 \times 3^n + 5 \times 3^{n-1}$$

- Simplifier au maximum le nombre $\dfrac{6^3 \times 12^{-4}}{4^2 \times 2^{-5}}$.

  On a : $\dfrac{6^3 \times 12^{-4}}{4^2 \times 2^{-5}} = \dfrac{3^3 \times 2^3 \times 3^{-4} \times 2^{-8}}{2^4 \times 2^{-5}} = \dfrac{3^{-1}}{2^4} \boxed{= \dfrac{1}{48}}$.

- Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier au maximum

$$3^{n+2} - 3^{n+1} - 7 \times 3^n + 5 \times 3^{n-1}$$

- Simplifier au maximum le nombre $\dfrac{6^3 \times 12^{-4}}{4^2 \times 2^{-5}}$.

  On a : $\dfrac{6^3 \times 12^{-4}}{4^2 \times 2^{-5}} = \dfrac{3^3 \times 2^3 \times 3^{-4} \times 2^{-8}}{2^4 \times 2^{-5}} = \dfrac{3^{-1}}{2^4} \boxed{= \dfrac{1}{48}}$.

- Soit $n \in \mathbb{N}$. Simplifier au maximum

$$3^{n+2} - 3^{n+1} - 7 \times 3^n + 5 \times 3^{n-1}$$

$$3^{n+2} - 3^{n+1} - 7 \times 3^n + 5 \times 3^{n-1} = 3^{n-1}(3^3 - 3^2 - 7 \times 3 + 5) \boxed{= 2 \times 3^{n-1}}$$

Déterminer $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x}$ et $\lim_{x\to 0} x^x$

Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to 0} x^x$

---

- C'est une FI qui fait penser à une limite de référence du cours.

Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x}$ et $\lim\limits_{x \to 0} x^x$

---

- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x^2} \times x = 0$ car $\dfrac{\sin(u)}{u} \underset{u \to 0}{\longrightarrow} 1$

Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0} x^x$

---

- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x^2} \times x = 0$ car $\dfrac{\sin(u)}{u} \underset{u\to 0}{\longrightarrow} 1$

- Il faut savoir ce que signifie $x^x$.

Déterminer $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0} x^x$

---

- $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{x^2} \times x = 0$ car $\dfrac{\sin(u)}{u} \underset{u\to 0}{\longrightarrow} 1$

- $\lim\limits_{x\to 0} x^x = \lim\limits_{x\to 0} e^{x\ln(x)} = e^0 = 1 \qquad (\text{ car } x\ln(x) \underset{x\to 0}{\longrightarrow} 0)$

Dériver $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ et $g(x) = x^x$

---

Dériver $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ et $g(x) = x^x$

---

- $f$ est définie et dérivable sur $]0;+\infty[$ et on a :

$$\forall x > 0,\ f'(x) = \sin'(\sqrt{x}) \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\sqrt{x}) = \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$$

Dériver $f(x) = \sin(\sqrt{x})$ et $g(x) = x^x$

---

- $f$ est définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ et on a :

$$\forall x > 0,\ f'(x) = \sin'(\sqrt{x}) \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\sqrt{x}) = \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$$

- $g(x) = e^{x\ln(x)}$ est définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ et on a :

$$\forall x > 0,\ g'(x) = \exp'(x\ln(x)) \times \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x\ln(x)) = x^x(\ln(x) + 1)$$

A l'écoute cette semaine : Björk.

- Violently Happy
- Human Behaviour
- Bachelorette
- Hunter