Automatismes en calcul, semaine du 2 février

1er février 2026

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Mardi : fractions rationnelles et applications

Mercredi : calculer dans $\mathbb{C}$

Vendredi : inverser des matrices

Soit n un entier naturel. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$

Soit n un entier naturel. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$

- On décompose $\frac{1}{(k+2)(k+3)}$ en éléments simples :

Soit n un entier naturel. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$

- On décompose $\frac{1}{(k+2)(k+3)}$ en éléments simples :

$$\frac{1}{(k+2)(k+3)} = \frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3} \qquad (k \notin \{-2;\ -3\})$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Soit n un entier naturel. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$

- On décompose $\frac{1}{(k+2)(k+3)}$ en éléments simples :

$$\frac{1}{(k+2)(k+3)} = \frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3} \qquad (k \notin \{-2;\ -3\})$$

- On fait apparaître un téléscopage :

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)} = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+2} - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+3}$$

Soit n un entier naturel. Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)}$

- On décompose $\frac{1}{(k+2)(k+3)}$ en éléments simples :

$$\frac{1}{(k+2)(k+3)} = \frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3} \qquad (k \notin \{-2;\ -3\})$$

- On fait apparaître un téléscopage :

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(k+2)(k+3)} &= \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+2} - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+3} \\ &= \sum_{k=2}^{n+2} \frac{1}{k} - \sum_{k=3}^{n+3} \frac{1}{k} \\ &= \boxed{\frac{1}{2} - \frac{1}{n+3}}\end{aligned}$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1+2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C.

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1+2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C.

Une idée toujours bonne est de commencer par...

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1+2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C.

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2 \;:\; (\star)$. On a :
$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1+2i)|^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$
$BC^2 = x^2 + (y+3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x-1)^2 + (y-2)^2 + x^2 + (y+3)^2 = 26$

$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{(x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{13}{2}}$

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1+2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C.

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2 \ : \ (\star)$. On a :
$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1+2i)|^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$
$BC^2 = x^2 + (y+3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x-1)^2 + (y-2)^2 + x^2 + (y+3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{(x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{13}{2}}$$

Où est l'erreur ?

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

Dans le plan complexe, on considère les points $A(1+2i)$ et $B(-3i)$. Déterminer les points C tels que ABC soit rectangle en C.

On cherche les points du cercle de diamètre $[AB]$.

Notons $z_C = x + iy$.

ABC est rectangle en C ssi $AC^2 + BC^2 = AB^2$: $(\star)$. On a :
$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1+2i)|^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2$
$BC^2 = x^2 + (y+3)^2$ et $AB^2 = 26$.

Il suit : $(\star) \iff (x-1)^2 + (y-2)^2 + x^2 + (y+3)^2 = 26$

$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{(x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{13}{2}}$

Il faut retirer les points A et B.

La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle inversible ? Si oui, déterminer son inverse.

A l'écoute cette semaine : Jimi Hendrix

- Hey Joe
- Voodoo child (slight return)
- Little wing