

# Automatismes en calcul, semaine du 30 mars

5 avril 2026

Mardi : somme

Mercredi : racine carrée dans  $\mathbb{C}$

Vendredi : interrogation de cours

Soit  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

---

Soit  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

---

$$\sum_{k=0}^n \sin(kx) = \sum_{k=0}^n \operatorname{Im}(e^{ikx}) = \operatorname{Im}\left(\sum_{k=0}^n (e^{ix})^k\right) = \operatorname{Im}\left(\frac{1 - e^{i(n+1)x}}{1 - e^{ix}}\right)$$

Soit  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

---

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \sin(kx) &= \sum_{k=0}^n \operatorname{Im}(e^{ikx}) = \operatorname{Im}\left(\sum_{k=0}^n (e^{ix})^k\right) = \operatorname{Im}\left(\frac{1 - e^{i(n+1)x}}{1 - e^{ix}}\right) \\ &= \operatorname{Im}\left(\frac{(1 - e^{i(n+1)x})(1 - e^{-ix})}{(1 - e^{ix})(1 - e^{-ix})}\right) \\ &= \frac{\sin(nx) + \sin(x) - \sin((n+1)x)}{2 - 2\cos(x)} \end{aligned}$$

Soit  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ .

---

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \sin(kx) &= \sum_{k=0}^n \operatorname{Im}(e^{ikx}) = \operatorname{Im}\left(\sum_{k=0}^n (e^{ix})^k\right) = \operatorname{Im}\left(\frac{1 - e^{i(n+1)x}}{1 - e^{ix}}\right) \\ &= \operatorname{Im}\left(\frac{(1 - e^{i(n+1)x})(1 - e^{-ix})}{(1 - e^{ix})(1 - e^{-ix})}\right) \\ &= \frac{\sin(nx) + \sin(x) - \sin((n+1)x)}{2 - 2\cos(x)} \end{aligned}$$

Trouvez et corrigez l'erreur !

Rappelez les formules de sommes à connaître par ♥.



Donner la forme algébrique des racines carrées de  $7 + 2i$ .

---

Soit  $z = a + ib$  tel que  $z^2 = 7 + 2i$ . On a alors :

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 7 \\ a^2 + b^2 = \sqrt{53} \\ 2ab = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} a^2 = \frac{7 + \sqrt{53}}{2} \\ b = \frac{1}{a} \end{cases}$$

Les deux racines de  $7 + 2i$  sont  $\pm \left( a + \frac{i}{a} \right)$  avec  $a = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{53}}{2}}$ .

A l'écoute cette semaine : Daft Punk

- ▶ Da Funk
- ▶ Aerodynamic + Veridis Quo
- ▶ Giorgio by Moroder