Automatismes en calcul, semaine du 4 mai

29 avril 2026

Mardi : bases et coordonnées

Mercredi : calculer des intégrales

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{cases}$$

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{array}\right. \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right. \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right.$$

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{array}\right. \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right. \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\Longleftrightarrow} \left\{\begin{array}{l} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{array}\right.$$

Dans B : $\vec{i} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Après avoir justifié que $B = ((1;2);(3;4))$ est une base de $\mathbb{R}^2$, donner les coordonnées de $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1)$ et $(x;y)$ dans B.

B est une famille de deux vecteurs non colinéaires, elle est donc libre. $\dim(\mathbb{R}^2) = 2$ donc B en est une base.

Notons $\vec{u} = (1;2)$ et $\vec{v} = (3;4)$. On a :

$$\begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \end{cases} \underset{L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} \vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases} \underset{L_1 \leftarrow \frac{1}{2}(L_1 - L_2)}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} \frac{3}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} = \vec{j} \\ \vec{v} - 2\vec{u} = \vec{i} \end{cases}$$

Dans B : $\vec{i} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{j} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

$$(x;y) = x\vec{i} + y\vec{j} = x\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x + \frac{3}{2}y \\ x - \frac{1}{2}y \end{pmatrix}$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

$$I_1 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^3(2x)\sin(3x)\mathrm{d}x \qquad ; \qquad I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\mathrm{d}x$$

$$I_1 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^3(2x)\sin(3x)\mathrm{d}x \qquad ; \qquad I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\mathrm{d}x$$

- $\cos^3(2x)\sin(3x) = \frac{1}{16\mathrm{i}}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x})^3(\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x})$

$$= \frac{1}{8}(\sin(9x) - \sin(3x) + 3\sin(5x) + 3\sin(x))$$

donc

$$I_1 = \frac{1}{8}\left[-\frac{\cos(9x)}{9} + \frac{\cos(3x)}{3} - \frac{3\cos(5x)}{5} - \cos(x)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{15}{36}.$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

$$I_1 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos^3(2x)\sin(3x)\mathrm{d}x \qquad ; \qquad I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\mathrm{d}x$$

- $$\cos^3(2x)\sin(3x) = \frac{1}{16\mathrm{i}}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}2x} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2x})^3(\mathrm{e}^{\mathrm{i}3x} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}3x})$$
$$= \frac{1}{8}(\sin(9x) - \sin(3x) + 3\sin(5x) + 3\sin(x))$$

donc

$$I_1 = \frac{1}{8}\left[-\frac{\cos(9x)}{9} + \frac{\cos(3x)}{3} - \frac{3\cos(5x)}{5} - \cos(x)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{15}{36}.$$

- $$I_2 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}\mathrm{d}x = [-\ln(\cos(x))]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}\ln(\frac{3}{2})$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

A l'écoute cette semaine : Sex Pistols.

- Anarchy in the UK
- God save the queen