

Automatismes en calcul, semaine du 4 novembre

30 octobre 2024

► Simplifier $A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

► Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2$

► Ecrire sans racine au dénominateur $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

► Simplifier $A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

$$A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 5^{10} \times 7^4}{5^9 \times 7^3 + 5^9 \times 7^3 \times 2^3} = \frac{5^{10} \times 7^3 (1-7)}{5^9 \times 7^3 (1+2^3)} = \frac{5 \times (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$$

► Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2$

► Ecrire sans racine au dénominateur $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

► Simplifier $A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

$$A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 5^{10} \times 7^4}{5^9 \times 7^3 + 5^9 \times 7^3 \times 2^3} = \frac{5^{10} \times 7^3 (1-7)}{5^9 \times 7^3 (1+2^3)} = \frac{5 \times (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$$

► Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2$

$$B = \frac{25 - 10\sqrt{2} + 2}{3} = 9 - \frac{10}{3}\sqrt{2}$$

► Ecrire sans racine au dénominateur $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

► Simplifier $A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

$$A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 5^{10} \times 7^4}{5^9 \times 7^3 + 5^9 \times 7^3 \times 2^3} = \frac{5^{10} \times 7^3 (1-7)}{5^9 \times 7^3 (1+2^3)} = \frac{5 \times (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$$

► Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\frac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2$

$$B = \frac{25 - 10\sqrt{2} + 2}{3} = 9 - \frac{10}{3}\sqrt{2}$$

► Ecrire sans racine au dénominateur $\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 2 - \sqrt{6}}{4}$$

▶ $f(x) = (3 \cos(x) - \sin(x))^3$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 3(3 \cos(x) - \sin(x))^2(-3 \sin(x) - \cos(x))$$

▶ $f(x) = \ln(\ln(x))$

▶ $f(x) = \text{Arccos}(1 + x - x^2)$

▶ $f(x) = (3 \cos(x) - \sin(x))^3$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 3(3 \cos(x) - \sin(x))^2(-3 \sin(x) - \cos(x))$$

▶ $f(x) = \ln(\ln(x))$

$$\forall x > 1, f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$$

▶ $f(x) = \text{Arccos}(1 + x - x^2)$

▶ $f(x) = (3 \cos(x) - \sin(x))^3$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 3(3 \cos(x) - \sin(x))^2(-3 \sin(x) - \cos(x))$$

▶ $f(x) = \ln(\ln(x))$

$$\forall x > 1, f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$$

▶ $f(x) = \text{Arccos}(1 + x - x^2)$

f est dérivable dès que $1 + x - x^2 \in]-1; 1[$. On a :

$$1 + x - x^2 < 1 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[\text{ et}$$

$$1 + x - x^2 > -1 \Leftrightarrow x \in]-1; 2[.$$

$$\forall x \in]-1; 0[\cup]1; 2[, f'(x) = -\frac{1-2x}{\sqrt{1-(1+x-x^2)^2}}$$

$$\blacktriangleright y' = 5x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$\blacktriangleright y' = \frac{x}{1+x^4} + \cos(x) \sin(x)^9$$

$$\blacktriangleright \frac{y'}{y} = 2$$

$$\blacktriangleright y' = 5x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright y' = \frac{x}{1+x^4} + \cos(x) \sin(x)^9$$

$$\blacktriangleright \frac{y'}{y} = 2$$

$$\blacktriangleright y' = 5x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright y' = \frac{x}{1+x^4} + \cos(x) \sin(x)^9$$

on a $y = \frac{1}{2} \text{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10} \sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright \frac{y'}{y} = 2$$

$$\blacktriangleright y' = 5x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright y' = \frac{x}{1+x^4} + \cos(x) \sin(x)^9$$

on a $y = \frac{1}{2} \text{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10} \sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright \frac{y'}{y} = 2$$

$$\frac{y'}{y} = 2 \iff \frac{d}{dx} (\ln(y)) = 2 \text{ donc } \ln(y) = 2x + k \text{ et } y = e^{2x+k}$$

avec $k \in \mathbb{R}$.

$$\blacktriangleright y' = 5x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$$

pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright y' = \frac{x}{1+x^4} + \cos(x) \sin(x)^9$$

on a $y = \frac{1}{2} \text{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10} \sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

$$\blacktriangleright \frac{y'}{y} = 2$$

$$\frac{y'}{y} = 2 \iff \frac{d}{dx} (\ln(y)) = 2 \text{ donc } \ln(y) = 2x + k \text{ et } y = e^{2x+k}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. **Où est l'erreur ?**