Automatismes en calcul, semaine du 6 novembre

2 novembre 2023

CPGE Brizeux Quimper

- $y' = 5x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
- $y' = \dfrac{x}{1+x^4} + \cos(x)\sin(x)^9$
- $\dfrac{y'}{y} = 2$

- $y' = 5x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
  pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

- $y' = \dfrac{x}{1+x^4} + \cos(x)\sin(x)^9$

- $\dfrac{y'}{y} = 2$

CPGE Brizeux Quimper

- $y' = 5x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
  pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$
- $y' = \dfrac{x}{1+x^4} + \cos(x)\sin(x)^9$
  on a $y = \frac{1}{2}\mathrm{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10}\sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$
- $\dfrac{y'}{y} = 2$

- $y' = 5x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
  pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

- $y' = \dfrac{x}{1+x^4} + \cos(x)\sin(x)^9$
  on a $y = \frac{1}{2}\mathrm{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10}\sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

- $\dfrac{y'}{y} = 2$
  $\dfrac{y'}{y} = 2 \iff \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(y)) = 2$ donc $\ln(y) = 2x + k$ et $y = \mathrm{e}^{2x+k}$
  avec $k \in \mathbb{R}$.

CPGE Brizeux Quimper

- $y' = 5x^2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}}$
  pour $x > 0$, on a $y = \frac{5}{3}x^3 - 6\sqrt{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$
- $y' = \dfrac{x}{1+x^4} + \cos(x)\sin(x)^9$
  on a $y = \frac{1}{2}\mathrm{Arctan}(x^2) + \frac{1}{10}\sin(x)^{10} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$
- $\dfrac{y'}{y} = 2$
  $\dfrac{y'}{y} = 2 \iff \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln(y)) = 2$ donc $\ln(y) = 2x + k$ et $y = \mathrm{e}^{2x+k}$ avec $k \in \mathbb{R}$. **Où est l'erreur ?**

CPGE Brizeux Quimper

- Simplifier $A = \dfrac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

- Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\dfrac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2$

- Ecrire sans racine au dénominateur $\dfrac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

CPGE Brizeux Quimper

- Simplifier $A = \dfrac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

  $A = \frac{5^{10} \times 7^3 - 5^{10} \times 7^4}{5^9 \times 7^3 + 5^9 \times 7^3 \times 2^3} = \frac{5^{10} \times 7^3 (1-7)}{5^9 \times 7^3 (1+2^3)} = \frac{5 \times (-6)}{9} = \frac{-10}{3}$

- Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\dfrac{5 - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

- Ecrire sans racine au dénominateur $\dfrac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

- Simplifier $A = \dfrac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

  $A = \frac{5^{10}\times 7^3 - 5^{10}\times 7^4}{5^9\times 7^3 + 5^9 \times 7^3 \times 2^3} = \frac{5^{10}\times 7^3(1-7)}{5^9\times 7^3(1+2^3)} = \frac{5\times(-6)}{9} = \frac{-10}{3}$

- Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

  $B = \frac{25-10\sqrt{2}+2}{3} = 9 - \frac{10}{3}\sqrt{2}$

- Ecrire sans racine au dénominateur $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

CPGE Brizeux Quimper

- Simplifier $A = \dfrac{5^{10} \times 7^3 - 25^5 \times 49^2}{(125 \times 7)^3 + 5^9 \times 14^3}$

$A = \frac{5^{10}\times 7^3 - 5^{10}\times 7^4}{5^9\times 7^3 + 5^9\times 7^3\times 2^3} = \frac{5^{10}\times 7^3(1-7)}{5^9\times 7^3(1+2^3)} = \frac{5\times(-6)}{9} = \frac{-10}{3}$

- Ecrire aussi simplement que possible $B = \left(\dfrac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$

$B = \frac{25-10\sqrt{2}+2}{3} = 9 - \frac{10}{3}\sqrt{2}$

- Ecrire sans racine au dénominateur $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4}$

- $f(x) = (3\cos(x) - \sin(x))^3$
- $f(x) = \ln(\ln(x))$
- $f(x) = \mathrm{Arccos}(1 + x - x^2)$

- $f(x) = (3\cos(x) - \sin(x))^3$

  $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 3(3\cos(x) - \sin(x))^2(-3\sin(x) - \cos(x))$

- $f(x) = \ln(\ln(x))$

- $f(x) = \mathrm{Arccos}(1 + x - x^2)$

- $f(x) = (3\cos(x) - \sin(x))^3$

  $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 3(3\cos(x) - \sin(x))^2(-3\sin(x) - \cos(x))$

- $f(x) = \ln(\ln(x))$

  $\forall x > 1,\ f'(x) = \frac{1}{x\ln(x)}$

- $f(x) = \mathrm{Arccos}(1 + x - x^2)$

- $f(x) = (3\cos(x) - \sin(x))^3$

  $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = 3(3\cos(x) - \sin(x))^2(-3\sin(x) - \cos(x))$

- $f(x) = \ln(\ln(x))$

  $\forall x > 1,\ f'(x) = \frac{1}{x\ln(x)}$

- $f(x) = \mathrm{Arccos}(1 + x - x^2)$

  f est dérivable dès que $1 + x - x^2 \in]-1; 1[$. On a :
  $1 + x - x^2 < 1 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$ et
  $1 + x - x^2 > -1 \Leftrightarrow x \in]-1; 2[$.
  $\forall x \in]-1; 0[\cup]1; 2[,\ f'(x) = -\frac{1-2x}{\sqrt{1-(1+x-x^2)^2}}$

CPGE Brizeux Quimper