

Automatismes en calcul, semaine du 7 avril

5 avril 2026

Mardi : développements limités

Mercredi : intégrale

Vendredi : équation différentielle

Déterminer les positions relatives de $y = (2 + \ln(1 + x))^2$ et de sa tangente en 0.

Pour obtenir ce genre de résultat, on a besoin d'un DL en 0 avec le premier terme d'ordre > 1 non nul.

Déterminer les positions relatives de $y = (2 + \ln(1 + x))^2$ et de sa tangente en 0.

Pour obtenir ce genre de résultat, on a besoin d'un DL en 0 avec le premier terme d'ordre > 1 non nul.

$$2 + \ln(1 + x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 2 + x - \frac{x^2}{2} + o(x^2) \text{ donc}$$

$$(2 + \ln(1 + x))^2 \underset{x \rightarrow 0}{=} 4 + 4x - x^2 + o(x^2).$$

Déterminer les positions relatives de $y = (2 + \ln(1 + x))^2$ et de sa tangente en 0.

Pour obtenir ce genre de résultat, on a besoin d'un DL en 0 avec le premier terme d'ordre > 1 non nul.

$$2 + \ln(1 + x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 2 + x - \frac{x^2}{2} + o(x^2) \text{ donc}$$

$$(2 + \ln(1 + x))^2 \underset{x \rightarrow 0}{=} 4 + 4x - x^2 + o(x^2).$$

La tangente à $y = (2 + \ln(x))^2$ en 0 est donc $y = 4 + 4x$.

$$(2 + \ln(x))^2 - (4 + 4x) \underset{x \rightarrow 0}{=} -x^2 + o(x^2) < 0 \text{ pour } x \rightarrow 0.$$

La courbe est sous sa tangente au voisinage de 0.

Calculer $\int_0^1 \frac{2x}{2x^2 + x + 1} dx$.

Résoudre $y'' + 4y' + 4y = 0$ avec les conditions $y(1) = 1$ et $y'(1) = -3$.

Résoudre $y'' + 4y' + 4y = 0$ avec les conditions $y(1) = 1$ et $y'(1) = -3$.

Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 2, linéaire à coefficients constants et homogène. On applique la méthode du cours.

Résoudre $y'' + 4y' + 4y = 0$ avec les conditions $y(1) = 1$ et $y'(1) = -3$.

Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 2, linéaire à coefficients constants et homogène. On applique la méthode du cours.

L'équation caractéristique $r^2 + 4r + 4 = 0$ a une racine double $r = -2$.

On déduit que y est de la forme $x \mapsto \lambda e^{-2x} + \mu x e^{-2x}$.

Les conditions donnent $\lambda + \mu = 1$ et $-2\lambda - \mu = -3$.

Après calculs, la fonction cherchée est $x \mapsto 2e^2 e^{-2x} - e^2 x e^{-2x}$.

Résoudre $y'' + 4y' + 4y = 0$ avec les conditions $y(1) = 1$ et $y'(1) = -3$.

Il s'agit d'une équation différentielle d'ordre 2, linéaire à coefficients constants et homogène. On applique la méthode du cours.

L'équation caractéristique $r^2 + 4r + 4 = 0$ a une racine double $r = -2$.

On déduit que y est de la forme $x \mapsto \lambda e^{-2x} + \mu x e^{-2x}$.

Les conditions donnent $\lambda + \mu = 1$ et $-2\lambda - \mu = -3$.

Après calculs, la fonction cherchée est $x \mapsto 2e^2 e^{-2x} - e^2 x e^{-2x}$.

A l'écoute cette semaine : Beach house

- ▶ Zebra
- ▶ Myth
- ▶ Wishes