

# Automatismes en calcul, semaine du 9 février

8 février 2026

Lundi : trouver des bases

Mardi : libre ou liée ?

Trouver des bases de  $A = \{(x; y) \in \mathbb{K}^2 / 3x = 2y\}$  et  
 $B = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{K}^4 / x + y = z + t\}$ .

---

Trouver des bases de  $A = \{(x; y) \in \mathbb{K}^2 / 3x = 2y\}$  et  
 $B = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{K}^4 / x + y = z + t\}$ .

---

- ▶ Les éléments de  $A$  sont de la forme  $(x; \frac{3}{2}x) = x(1; \frac{3}{2})$  donc  $A = \text{Vect}((1; \frac{3}{2}))$ .  
 $((1; \frac{3}{2}))$  est génératrice de  $A$  et libre (car ?), c'est donc une base de  $A$ .

Trouver des bases de  $A = \{(x; y) \in \mathbb{K}^2 / 3x = 2y\}$  et  $B = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{K}^4 / x + y = z + t\}$ .

---

- ▶ Les éléments de  $A$  sont de la forme  $(x; \frac{3}{2}x) = x(1; \frac{3}{2})$  donc  $A = \text{Vect}((1; \frac{3}{2}))$ .  
 $((1; \frac{3}{2}))$  est génératrice de  $A$  et libre (car ?), c'est donc une base de  $A$ .
- ▶ Les éléments de  $B$  sont de la forme :  
 $(x; y; z; x + y - z) = x(1; 0; 0; 1) + y(0; 1; 0; 1) + z(0; 0; 1; -1)$   
donc  $B = \text{Vect}((1; 0; 0; 1); (0; 1; 0; 1); (0; 0; 1; -1))$ .  
La famille est génératrice de  $B$ . On vérifie qu'elle est libre (pas moyen de le dire directement car il y a  $> 2$  vecteurs) c'est donc une base de  $B$ .

$((3n + 2)_n; (5n + 1)_n; (-n + 7)_n)$  et  $(x \mapsto \sin(x^k))_{k \in \llbracket 1; 100 \rrbracket}$   
sont-elles libres ou liées ?

---

$((3n+2)_n; (5n+1)_n; (-n+7)_n)$  et  $(x \mapsto \sin(x^k))_{k \in \llbracket 1; 100 \rrbracket}$   
sont-elles libres ou liées ?

---

- On travaille avec des suites.

$$\alpha(3n+2)_n + \beta(5n+1)_n + \gamma(-n+7)_n = 0$$

$$\iff \forall n, n(3\alpha + 5\beta - \gamma) + 2\alpha + \beta + 7\gamma = 0$$

$$\iff \begin{cases} 2\alpha + \beta - 7\gamma = 0 \\ 3\alpha + 5\beta - \gamma \end{cases} \implies \begin{matrix} \infty \text{ té} \\ \text{de solutions} \end{matrix} : \text{liée!}$$

On pouvait répondre plus vite. Comment ?

$((3n + 2)_n; (5n + 1)_n; (-n + 7)_n)$  et  $(x \mapsto \sin(x^k))_{k \in \llbracket 1; 100 \rrbracket}$   
sont-elles libres ou liées ?

---

- On travaille avec des suites.

$$\alpha(3n + 2)_n + \beta(5n + 1)_n + \gamma(-n + 7)_n = 0$$

$$\iff \forall n, n(3\alpha + 5\beta - \gamma) + 2\alpha + \beta + 7\gamma = 0$$

$$\iff \begin{cases} 2\alpha + \beta - 7\gamma = 0 \\ 3\alpha + 5\beta - \gamma \end{cases} \implies \begin{matrix} \infty \text{ té} \\ \text{de solutions} \end{matrix} : \text{liée!}$$

On pouvait répondre plus vite. Comment ?

- On a 100 vecteurs dans un espace de fonction, pas question d'avoir un système !



$((3n+2)_n; (5n+1)_n; (-n+7)_n)$  et  $(x \mapsto \sin(x^k))_{k \in \llbracket 1; 100 \rrbracket}$   
sont-elles libres ou liées ?

---

- On travaille avec des suites.

$$\alpha(3n+2)_n + \beta(5n+1)_n + \gamma(-n+7)_n = 0$$

$$\iff \forall n, n(3\alpha + 5\beta - \gamma) + 2\alpha + \beta + 7\gamma = 0$$

$$\iff \begin{cases} 2\alpha + \beta - 7\gamma = 0 \\ 3\alpha + 5\beta - \gamma \end{cases} \implies \begin{matrix} \infty \text{ té} \\ \text{de solutions} \end{matrix} : \text{liée!}$$

On pouvait répondre plus vite. Comment ?

- On a 100 vecteurs dans un espace de fonction, pas question d'avoir un système !

Supposons que  $\sum_{i=1}^{100} \lambda_i f_i = 0$  Supposons que la CL soit non

triviale et notons  $k = \min(i/\lambda_i \neq 0)$ . On a

$\lambda_k f_k = -\sum_{i=k+1}^{100} \lambda_i f_i$  et c'est absurde... Pourquoi ?

A l'écoute cette semaine : Dr Dre

- ▶ Still D.R.E
- ▶ What's the difference
- ▶ No diggity