Devoir Maison 8 - à remettre le jeudi 1/4

Ce devoir est à remettre individuellement.

Exercice n° 1

Factoriser, pour $n \in \mathbb{N}$ le polynôme $1 - \frac{X}{1!} + \frac{X(X-1)}{2!} + \cdots + (-1)^{n+1}\frac{X(X-1)\ldots(X-n)}{(n+1)!}$.

Exercice n° 2

Commenter :

Objectif : Montrer que si une trousse contient n stylos alors ils sont tous de la même couleur.

Réponse : On procède par récurrence sur le nombre $n > 0$ de stylos.
Soit la propriété $P(n)$: « Si une trousse contient n stylos alors il sont tous de la même couleur ».

- $P(1)$ est trivialement vraie, la propriété est donc initialisée.
- Soit $n \geq 1$, tel que $P(n)$ est vraie. Considérons une trousse contenant $n+1$ stylos. On enlève un stylo, la trousse contient alors n stylos tous de la même couleur, par exemple rouge, par hypothèse de récurrence. Remettons le stylo et enlevons en un autre. les n stylos restants sont encore de la même couleur, par exemple encore rouge. Ainsi les $n+1$ stylos sont de la même couleur et $P(n+1)$ est vraie.
- La propriété a été initialisée pour $n = 1$, elle est hérédiatire, on conclue que si une trousse contient $n \geq 1$ stylos alors ils sont tous de la même couleur.