# Exercices d'algorithmique

Dans les exercices qui suivent, il est autorisé d'utiliser les fonctions et les méthodes prédéfinies dans Python (mais il est fortement conseillé d'être capable de les reprogrammer). Par exemple, on peut utiliser la fonction len qui à un itérable (une liste, une chaîne de caractères) associe sa longueur.

## Exercice n° 1

Proposer une fonction qui, étant donnés deux entiers naturels non nuls, renvoie True s'ils sont premiers entre eux, False sinon.

## Exercice n° 2

On considère la suite de lignes suivantes :

1
11
21
1211
111221
312211
13112221

1. Quelle est la ligne suivante ?
2. Programmer une procédure qui prend en entrée un entier naturel non nul $n$ et qui provoque l'affichage des $n$ premières lignes de cette suite.

## Exercice n° 3

Un carré magique est un tableau carré, dont les cellules comportent des entiers et tel que la somme des lignes, des colonnes et des diagonales est égale à une même valeur, appelée constante magique du carré.

Par exemple,

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 7 | 6 |
| 9 | 5 | 1 |
| 4 | 3 | 8 |

est un carré magique dont la constante magique est 15.

Dans cet exercice, on représentera les tableaux comme des listes de listes.

1. Programmer une fonction qui, étant donné un tableau renvoie True s'il est magique, False sinon.
2. Estimer le nombre d'opérations (additions et comparaisons) que coûte l'exécution de votre fonction.

## Exercice n° 4

Proposer une fonction qui, étant donnée une chaîne de caractères, renvoie le tableau des fréquences (en pourcentages, avec une précision de $0,1\%$) des différentes lettres de l'alphabet.

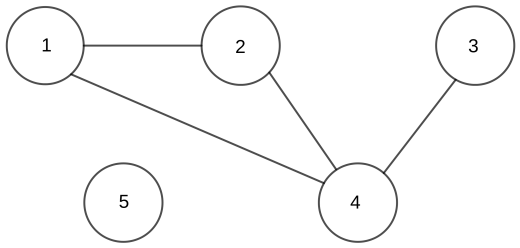
## Exercice n° 5

La fonction random() du module random renvoie un float compris dans $[0;1]$.
En se servant de cette fonction, proposer deux fonctions : la première simule le lancé d'un dé équilibré ; la seconde simule le lancé d'un dé truqué qui renvoie 6 avec une probabilité 0,5, les autres faces ayant la même probabilité d'apparition.

**Exercice n° 6**

Un **graphe non orienté** est la donnée d'un couple $(S, A)$ où :
- $S$ est un ensemble non-vide dont les éléments sont appelés **sommets** ;
- $A$ est un ensemble de combinaisons de deux éléments de $S$.
  Chaque combinaison est appelée **arête** du graphe.

Une représentation graphique est souvent utilisée :




la figure ci-contre est une façon explicite de représenter le graphe dont l'ensemble des sommets est $[\![1;5]\!]$ et l'ensemble des arêtes est $\{\{1;2\};\{1;4\};\{3;4\};\{2;4\}\}$.

Un sommet est dit **isolé** s'il n'apparaît dans aucune arête. Sur l'exemple précédent, le sommet 5 est isolé.

L'**ensemble des voisins** d'un sommet est l'ensemble des sommets qui lui sont reliés par une arête. Cet ensemble est éventuellement vide si le sommet est isolé. Sur l'exemple précédent, l'ensemble des voisins du sommet 1 est $\{2;4\}$.

Etant donné un graphe, un **parcours** est une liste de sommets dont deux éléments successifs sont distincts. Sur l'exemple précédent $(1;4;2;1)$ est un **parcours possible** ; $(1;2;3)$ est un **parcours impossible**.

Dans la suite, les sommets seront numérotés $1, 2, \ldots, n$.

1. Proposer un type graphe.
2. Programmer une fonction qui, à un graphe et un sommet, associe la liste des sommets voisins de ce sommet dans le graphe.
3. Programmer une fonction qui, à un graphe et un sommet, associe True si le sommet est isolé, False sinon.
4. Programmer une fonction qui, à un graphe et un parcours, associe True si le parcours est possible, False sinon.
5. Programmer une fonction qui, étant donnés un graphe et deux sommets, associe True s'il existe un parcours reliant les deux sommets, False sinon.