

Devoir Maison 1 - à remettre le 14 septembre

Ce devoir est à remettre par groupes (2 ou 3 élèves).
Soignez la rédaction et pensez à encadrer vos résultats.

Fonctions cosinus hyperbolique (ch), sinus hyperbolique (sh) et tangente hyperbolique (th)

On considère deux fonctions, notées ch et sh, définies sur \mathbb{R} par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \text{ch}(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} \quad \text{et} \quad \text{sh}(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}$$

1. Etudier la parité de ch et sh. En déduire le domaine d'étude de ces fonctions.
2. Justifier la dérivabilité de ch et sh puis exprimer leurs dérivées en fonction de ch et sh.
3. Faire l'étude de la fonction sh (variations et limites).
4. Faire l'étude de la fonction ch (variations et limites).
5. On note ch^2 le produit $\text{ch} \times \text{ch}$ et sh^2 le produit $\text{sh} \times \text{sh}$. Montrer la propriété :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$$

6. On considère la fonction, notées th définie par $\text{th} = \frac{\text{sh}}{\text{ch}}$. En faire l'étude complète.