

## Devoir Maison 9 - pour le 30 mars

Ce devoir est à traiter de façon individuelle. Il vise à démontrer l'**inégalité de Cauchy Schwarz** dont nous reparlerons en fin d'année (dans un contexte plus général).

Soit  $f, g$  deux fonctions définies et continues sur  $[a; b]$ .

On veut établir :

$$\left| \int_a^b f(t)g(t) dt \right| \leq \sqrt{\int_a^b f(t)^2 dt} \sqrt{\int_a^b g(t)^2 dt} \quad : (C. - S.)$$

1. Justifier que chaque intégrale de  $(C. - S.)$  a du sens.
  2. Prouver que  $x \mapsto \int_a^b (f(t) + xg(t))^2 dt$  est une fonction polynômiale.
  3. Démontrer l'inégalité de Cauchy Schwarz.
-