

Devoir Maison 3 - à remettre le 8 novembre

Ce devoir est à remettre individuellement.

Vous composerez cet exercice pendant au plus 1h, la première semaine des vacances.

Je mettrai en ligne le corrigé de cet exercice sur le cahier de texte de mathématiques le lundi 31 octobre, vous corrigerez et annoterez votre travail **en vert**.

Cette façon de procéder a plusieurs objectifs :

- voir ce que vous pouvez faire en 1h ;
- évaluer votre utilisation du corrigé ;
- essayer de développer votre lecture critique sur votre travail.

Exercice n° 1

L'objet de cet exercice est l'étude de la fonction définie par $f(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D} de f .
2. (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathcal{D}$, on a $f(x) + f(-x) = -1$.
(b) Supposons qu'on connaisse la partie de \mathcal{C} correspondant aux abscisses strictement positives. Comment faire pour en déduire le reste de \mathcal{C} ?
3. (a) Faire l'étude de f sur \mathbb{R}^{+*} , on la résumera dans un tableau de variations complet.
(b) Donner l'allure de \mathcal{C} pour $x \in \mathbb{R}^{+*}$ puis pour $x \in \mathcal{D}$.
4. (a) Justifier que f réalise une bijection de \mathbb{R}^{+*} vers un intervalle I à déterminer. On note g sa réciproque.
(b) Sur la figure précédente, comment contruire la courbe de g ? La construire.
5. (a) Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$ on a $f'(x) = f(x) + f^2(x)$.
(b) En déduire, pour tout x appartenant à I , une expression de $g'(x)$.
6. Pour $y \in I$, déterminer une expression de $g(y)$.